Oficina sobre a Matemática nos projéteis

Introdução:

Esta oficina mostra a relação de matemática com o movimento de um projétil sendo atirado a partir de uma plataforma montada. No nosso caso, usaremos uma mola como projétil. Para isso precisaremos calcular as médias aritméticas para achar a constante elástica da mola, calcular o ângulo da plataforma de lançamento com o solo, usando o nosso conhecimento sobre a trigonometria no triângulo e achar o alcance máximo do projétil como função da sua deformação.

O que precisamos conhecer?

<u>Lei de Hooke</u>: Estritamente importante para o nosso almejo, esta lei relaciona a força exercida sobre uma mola, com sua constante elástica " k " e sua deformação " x ".

$$F = -k.x$$

<u>Conservação de Energia e velocidade inicial do projétil</u>: Considerando que no nosso sistema do projétil, toda a energia potencial da mola, se transforma em energia cinética, logo após o seu lançamento, poderemos achar com que velocidade a mola parte da plataforma.

Energia potencial Elástica: $U(x) = \frac{1}{2}k.x^2$

Energia cinética: $K = \frac{1}{2}m.v^2$

Se há conservação de energia, teremos: $U(x) = K \Rightarrow \frac{1}{2}k.x^2 = \frac{1}{2}m.v^2$

Usando esse resultado, teremos que a velocidade inicial do lançamento será: $v_0{}^2 = \frac{x.k^2}{m}$ (I)

<u>Alcance horizontal do projétil</u>: Como estamos nos preocupando apenas com que alcance ele chegará ao laçarmos o projétil, usaremos as duas equações de alcance, a horizontal e a vertical, mas consideraremos o alcance vertical como resultante zero.

Alcance horizontal: $R = (v_0 \cos\theta_0).t$

Alcance vertical: $Y - Y_0 = 0 = (v_0 sen\theta_0).t - \frac{1}{2}g.t^2$. Isolando t nesta equação e substituindo no alcance horizontal, teremos:

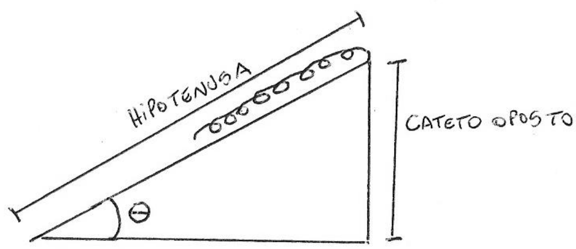
$R = \frac{v_0{}^2}{g} sen 2\theta_0$ (II)

<u>Alcance em função da deformação</u> x: Tendo em mão a equação da velocidade inicial e do alcance horizontal, poderemos achar nossa função $R = R(x)$.

Substituindo (I) em (II) teremos por fim:

$R(x) = \dfrac{k.x^2}{m.g}.sen2\theta_0$, onde θ_0 é o ângulo inicial de lançamento, m é a massa da mola, g é a gravidade da terra com valor de $9{,}81 m/s^2$.

<u>Calculo do ângulo de lançamento</u> θ_0: Com a plataforma já colocada na superfície, teremos um triângulo retângulo como mostra na figura, com isso calculamos o seno do ângulo diretamente, sabendo que: $sen\theta_0 = \dfrac{cateto.oposto}{hipotenusa}$:



Procedimento para a execução do trabalho:

Primeiramente vamos nos juntar em grupos de até 5 pessoas para podermos fazer nosso experimento.

Logo após iremos calcular a constante elástica da mola, usando a lei de Hooke.

Suspendendo a mola, com várias massas diferentes, veremos o quanto a mola se deforma para cada peso, preenchendo a tabela.

$F = m.g$	x	$k = \dfrac{F}{x}$

Logo após preencher a tabela, dividiremos a Força pelo x e calcularemos a constante da mola para cada massa que colocamos na mola.

Depois disso calcularemos o k médio para usarmos para esta mola.

$$\Delta k = \frac{k_1 + k_2 + k_3 + k_4}{4}$$

Depois disso fecharemos nosso triângulo retângulo e calcularemos o θ_0.

Por fim, Vamos verificar experimentalmente a equação do alcance máximo de um projétil, no caso, a própria mola. Para uma dada deformação na mola, estime o ponto a onde a mola cairá, coloque uma cesta de lixo nesse ponto e arremesse a mola. Faça várias vezes este arremesso, tendo cuidado ao minimizar as perdas pelo contato da mola com seus dedos.